# Система работы с математической темой

*Поле использования:* уроки и факультативные занятия.

*Возможные формы передачи опыта:* открытые уроки, семинары, методическое объединение, педсоветы.

*Цели внедрения:* развитие математического мышления, памяти, внимания, логики решения задач, для успешного обучения, помогает лучшему восприятию и усвоению материала повышенной сложности, дает возможность использования дифференцированного подхода на уроках, систематизации знаний по данной теме при самостоятельной работе, позволяет поднять уровень мотивации при обучении математике.

Опыт апробирован на уроках алгебры и геометрии в 5-11-х гимназических классах.

Математика является одним из опорных предметов средней школы, обеспечивающих изучение других дисциплин, прежде всего предметов естественнонаучного цикла. Изучение математики вносит определяющий вклад в умственное развитие человека: формирует механизм логических построений, вырабатывает умение формулировать, обосновывать и доказывать суждения, тем самым развивая логическое мышление. Ведущая роль принадлежит математике в формировании алгоритмического мышления, воспитании умений действовать по заданному алгоритму и конструировать новые. Формируются навыки умственного труда – планирование своей работы, поиск рациональных путей ее выполнения, критическая оценка результатов. В ходе решения задач развиваются творческая и прикладная стороны мышления. Обучение математике способствует становлению и развитию нравственных черт личности – настойчивости и целеустремленности, познавательной активности и самостоятельности, способности аргументировано отстаивать свои взгляды и убеждения. ( из «Концепции школьного математического образования»)

Изучая эти проблемы, я пришла к выводу о целесообразности использования при разработке математической темы системы работы, опирающейся на следующие основные виды работы:

1.Теоретический материал одним блоком.

2.Устный счет.

3.Подборка задач.

4.Математические диктанты.

5.Самостоятельные работы.

6.Дидактические игры.

7.Итоговый контроль.

8.Факультативный курс.

9.Недельные задания.

1.*Теоретический материал одним блоком*.

В старших классах целесообразно изучение новой темы крупным блоком – активизируется мышление школьников при изучении нового материала, экономится время для дальнейшей творческой работы. При изучении теоретического материала полезно оставить некоторые вопросы для самостоятельной работы учащихся. Обычно, изложение происходит с участием класса, по ходу изложения задаются вопросы учителем классу, возникают вопросы у класса. Обсуждение их вызывает участие класса. В результате появляется возможность решения более «полных» задач, т.к. учащиеся знакомятся с большей «порцией» теоретического материала, высвобождается время на следующих уроках для решения нестандартных задач и задач повышенной трудности.

2. *Устный счет*.

Организация устных вычислений представляет собой методическую ценность. Устные упражнения могут быть использованы как подготовительная ступень при объяснении нового материала, как иллюстрация изучаемых правил, законов, для закрепления и повторения изученного. В устных упражнениях развивается память учеников, быстрота реакции, умение сосредотачиваться, наблюдать, позволяет организовать повторение на уроке.

К каждому уроку я подбираю устный счет, продумываю переход от одного упражнения к другому, включая задания, которые в ходе урока станут вспомогательными при решении задач или объяснении нового материала, задания на повторение.

Материал, который предполагается повторить, должен6 удовлетворять хотя бы одному из требований: быть полезным при изучении нового материала или быть важным с точки зрения математической культуры человека. Вполне возможно, что повторяемый материал пригодится лишь через месяц, а может быть и позже. Но предупреждение забывания какого-либо материала требует гораздо меньше времени и сил, чем восстановление в памяти уже забытого. Поэтому одной из важных задач текущего повторения является именно предупреждение забывания материала, т.е. постоянное подкрепление его в памяти учащихся. Частота возвращения к одним и тем же вопросам курса зависит от различных причин, связанных с характером самого материала, с особенностями конкретного класса, от уровня усвоения данного вопроса во время его изучения, от того, на сколько часто этот вопрос встречался при изучении нового материала или при повторении. Такое повторение может быть организовано в разных формах, но самой удачной являются устные упражнения, т.к. они выполняются фронтально всем классом.

Особое внимание уделяется вычислительным навыкам учащихся, приемам рационального выполнения вычислений, приводящим к их устному выполнению. Выигрыш в вычислительной работе получается за счет применения эффективных приемов счета.

Постоянный, входящий в систему занятий, устный счет, связанный с вычислительными навыками, побуждает учащихся в дальнейшем производить устно многие промежуточные вычисления без помощи МК и не тратя времени на письменные вычисления. (Приложение №1)

3. *Подборка задач*.

«Что значит владение математикой? Это есть умение решать задачи, причем не только стандартные, но и требующие известной независимости мышления, здравого смысла, оригинальности, изобретательности.

Поэтому первая и самая главная обязанность курса математики средней школы состоит в подчеркивании методической стороны процесса решения задач». Пойа Д. («Математическое открытие» М., 1970)

Цель решения математических задач отличается от цели решения задач вообще. В жизни мы решаем задачи для получения ответа. Математические задачи решаются для того, чтобы лучше усвоить теорию, научиться ее применять, чтобы приобрести навыки, а главное – чтобы развить инициативу и способность самостоятельно мыслить. Задачи по своим методическим целям делятся на несколько групп: решаемые в классе с учителем, самостоятельно в классе, самостоятельно дома и решаемые в группах. Самостоятельное решение задач в классе (п.5). Самостоятельное решение задач дома важно для учащихся: это позволяет закрепить пройденный в классе материал, т.к. задачи нужно решать не торопясь и глубоко их разбирая, а дома ученик не ограничен временем урока. Сложные задачи стимулируют использование дополнительной литературы по предмету.

Решение задач в классе под руководством учителя имеет другое назначение, чем самостоятельное решение. Учитель должен обратить внимание учеников на поучительные выводы, которых они могли бы не заметить при самостоятельном решении, извлечь уроки на будущее, выяснить, что было бы при некоторых изменениях условия и т.д.

Решение в группах. Класс делится на группы, каждая из которых получает задачу или задачи, обычно на различные способы решения. Задача группы вывести метод решения полученного задания и обучить ему остальных. Если у группы не будет намечаться решение, учитель может подсказать или намекнуть, задав вопрос или обратив внимание на какую-либо деталь задачи. Такая работа интересна учащимся поиском решения, возможностью научить остальных, а также возможностью проявить учащимся свои способности, т.к. идея может возникнуть у одного ученика, а воспроизвести решение сможет другой. (Приложение №2)

4.*Математические диктанты.*

Одна из форм работы, используемая мной: проверочный устный счет – математический диктант, когда учащиеся считают устно, а в листочки по команде учителя записывают только ответы (исправления не допускаются). Обычно текст упражнения записан на доске для двух вариантов, отдельно читается задание. Такая проверочная работа должна либо использоваться постоянно, либо не использоваться вообще, т.к. не подготовленные к такой работе учащиеся воспринимают задания на слух трудно, постоянно происходят сбои, путаются варианты. В итоге: низкая результативность, причем непоказательная, т.к. даже ученики, хорошо усвоившие материал, могут не справиться с таким видом работы.

Прежде чем перейти к изложению нового материала важно убедиться, что предыдущая тема учащимися усвоена. Здесь математический диктант особенно эффективен, т.к. в опросе участвует весь класс.

Математические диктанты я провожу постоянно. Школьники привыкают воспринимать задания на слух. Такое умение очень ценно, т.к. оно приводит к умению слушать лекцию, радиопередачу, слушать вообще. Обычно более развит зрительный канал восприятия информации, слуховой – менее, и развивать его крайне важно. Очень часто задания я подкрепляю записями на доске, чтобы помочь восприятию. В зависимости от подготовленности учащихся и трудности темы число заданий, записываемых на доске можно увеличивать или уменьшать.

Особенно важна проверка диктантов. На начальном этапе диктанты собираются, учитель дает ответы заданий и разбирает некоторые из них. На следующем уроке учащиеся получают проверенные диктанты. В конце первого этапа учитель дает ответы только на более сложные задания и отвечает на вопросы учащихся. Когда класс привыкает к такой форме работы как математический диктант, на это сразу укажет повысившаяся результативность, можно перейти ко второму этапу проверки. Закончив работу, учащиеся меняются вариантами и карандашом проверяют вариант соседа, ставя «+» или «-». Учитель записывает ответы на доске или проецирует их на экран. Появляется возможность сразу обсудить все вопросы, которые возникают при нахождении ошибки, объясняется критерий выставления оценки. Работы сдаются, учитель их просматривает и выставляет оценки уже после урока, но учащиеся знают предполагаемый результат. (Приложение №3)

5.*Самостоятельные работы.*

Одним из условий успешного изучения математики является систематический и объективный контроль за ходом учебного процесса. Для закрепления знаний, формирования умений и навыков на этапе их проверки и оценки, на этапе подготовки учащихся к восприятию нового учебного материала и на этапе его восприятия используются самостоятельные работы.

Самостоятельная работа учащихся очень важна не только на этапе закрепления знаний, формирования умений и навыков, проверки и оценки, знания, полученные в процессе самостоятельной деятельности, гораздо прочнее и глубже.

Самостоятельные работы по образцу выполняются школьниками на основе подробной инструкции. Уровень познавательной активности и самостоятельности школьника не выходит за рамки воспроизводящей деятельности. Использование таких работ очень продуктивно в классах, где преобладают ученики с неустойчивым вниманием, плохой памятью, низким уровнем знаний.

Реконструктивные самостоятельные работы протекают на уровне преобразования учебных текстов и личного опыта решения задач.

Вариативные самостоятельные работы содержат познавательные задачи и требуют от учащихся анализа незнакомой или проблемной ситуации.

Я практикую смешанный вид: основная часть – реконструктивная и одно-два задания вариативной работы. Не все ученики справляются с проблемными задачами, чтобы проверить их знания дается первая часть работы, которая должна быть выполнена всеми обязательно. Последние задания могут идти как дополнительные на отдельную оценку. Все зависит от трудности выбранных заданий для данного класса. (Приложение №4)

6.*Дидактивеские игры.*

Увеличение умственной нагрузки на уроках математики заставляет задуматься над тем, как поддержать у учащихся интерес к изучаемому материалу. Поэтому немаловажную роль играют дидактические игры. Особенно важны дидактические игры для 5-6-х классов. В процессе игры у детей вырабатывается привычка сосредотачиваться, мыслить самостоятельно, развивается внимание. Дети не замечают, что учатся. Даже самые тихие и пассивные включаются в игру с огромным желанием и постараются не подвести товарищей по команде.

В старших классах целесообразно использование игровых ситуаций в процессе обучения и закрепления нового материала. Они применяются как вспомогательное средство для возбуждения познавательного интереса и создания проблемной ситуации. Это настраивает учащихся на изучение новой темы и не требует много времени. Для создания игровых ситуаций используются исторические моменты, жизненные факты, занимательные задачи, отрывки из литературных произведений.

Игровые ситуации активизируют деятельность учащихся, делают восприятие более активным, эмоциональным. Формула или закон, выведенные в игровой ситуации, запоминаются быстрее и надолго. Огромную роль играют ситуации, мотивирующие вывод той или иной закономерности. Повышается интерес учащихся к математике, вносится разнообразие в учебную работу, с помощью них развивается внимание, сообразительность, снимается утомление. (Приложение №5)

7.*Итоговый контроль.*

В старших классах итоговый контроль целесообразно проводить в форме зачета. Это обычно завершающий урок по теме. Чаще это комбинированный зачет, состоящий из теории и практики, устнописьменная работа с индивидуальными заданиями. За определенное время до зачета указываются вопросы, на которые нужно будет опираться, готовясь к зачету. От сдачи зачета освобождаются те ученики, которые при изучении данной темы безошибочно справились со всеми видами письменных работ и при ответах устно показали хорошее владение изученным материалом. Им зачет выставляется автоматически. На уроке-зачете они либо помогают учителю опросить остальных, либо получают более сложную задачу.

Зачетные уроки – это уроки индивидуальной работы, которые служат как для контроля и оценки знаний, так и в еще большей степени для целей обучения, воспитания и развития. (Приложение №6)

8.*Факультативный курс.*

На факультатив я стараюсь выносить более сложные темы, требующие больших математических усилий, где более глубоко рассматривается теоретический материал и решаются задачи повышенной сложности. Программа факультатива построена параллельно программе основного курса. Здесь могут быть рассмотрены и вопросы занимательного характера, необязательно связанные непосредственно с основным курсом. (Приложение №7)

9.*Недельные задания.*

Важная часть процесса обучения – повторение ранее изученного материала. Перед ним ставятся разнообразные задачи: подкрепление в памяти учащихся тех или иных фактов, восстановление на необходимом уровне каких-либо навыков, обобщение или систематизация изученного материала. Выделяют несколько видов повторения: повторение в начале учебного года, текущее повторение, тематическое повторение, заключительное повторение в конце учебного года или в конце изучения некоторого курса. Перед повторением в начале в большей степени стоит задача подкрепления знаний и восстановления навыков, необходимых при изучении нового материала. Для заключительного повторения на первый план выступает задача установления взаимосвязей между частями изучавшегося материала. Текущее повторение – это обновление в памяти ранее изученного материала не на специально отведенных для этой цели уроках, а параллельно с изучением нового материала.

Для тематического повторения в старших классах я использую недельные задания. Важность их увеличивается в выпускных (9, 11) классах, когда возникает необходимость в подготовке к экзаменам. Целесообразнее подготавливать именно тематическое недельное задание, т.к. учащиеся осуществляют повторение самостоятельно и им легче сориентироваться в одной теме, чем в нескольких. Недельные задания должны содержать более сложные и интересные упражнения, побуждающие учеников к активным мыслительным процессам. Параллельно, в течение недели , я ввожу повторение по той же теме в устный счет, в текущую домашнюю работу (по 1-2 примера) с обязательным разбором и проговариванием учеником решения. Тогда задачи, вынесенные на недельное задание будут восприняты учениками как более интересные математически, хотя и более сложные, т.к. к ним подготовлена почва в течение недели и их решение ляжет на фундамент только что повторенных основных элементов темы. (Приложение №8)

## **Приложения.**

Тема: «Арифметическая и геометрическая прогрессии»

<u>Приложение №1</u>

Устный счет:

1.Понятия «предыдущего» и «последующего» членов последовательности:

1)Дана последовательность $a_1$, $a_2$,…, $a_{10}$,…, $a_n$,…

Вписать в нее предыдущие и последующие члены для $a_{10}$ и $a_n$.

2)Выписать числа в порядке возрастания: n-1, n+1, n-2, n+2,n.

3)Следующие члены последовательности $a_{n+1}$, $a_{n-2}$, $a_n$, $a_{n+2}$, $a_{n-1}$ записать в том порядке, в котором они должны располагаться в этой последовательности.

2.Является ли данная последовательность арифметической прогрессией:

а)12, 15, 17,…, $a_n$,…; б)1, 3, 5,… ,2n-1,…?

3.Найти пятый член арифметической прогрессии, если:

1) $a_2 = 3$, $a_6 = 7$; 2) $a_4 = -2$, $a_6 = 12$; 3) $a_4 = -2$, $a_6 = -8$.

4.Задать любые два числа, поставить между ними одно число так, чтобы получилась арифметическая прогрессия.

5.При каких x числа $\sqrt{x+3}$; $4\sqrt{x}$; $2\sqrt{x+8}$ , взятые в указанном порядке, составляют арифметическую прогрессию?

6.Для геометрической прогрессии $b_1, b_2,\ldots, b_n$ найти:

а) $b_1b_2$, если $b_2 = -5$; б) $b_1b_2b_3$, если $b_2 = -5$; в) $b_1b_2b_3$, если $b_1b_3 = 9$; г) $\frac{b_4}{b_3b_5}$, если $b_4 = 17$; д) $\frac{b_4b_6}{b_5}$, если $b_4b_6 = 16$.

7.Записать числами первые пять членов геометрической прогрессии 1; $b_2$; 0,25; $b_4$;…

Устный счет на повторение:

1) $4 - \frac{1}{8}$ ; $7 - 1\frac{3}{4}$ ; $7\frac{2}{5} - 4\frac{3}{5}$ ; $1 - \frac{5}{7}$ ; $2 - \frac{4}{9}$ .

2) $2\cdot10$; $7 : \frac{2}{3}$ ; $\frac{3}{4} : 3$ ; $1\frac{1}{3} : 8$ ; $2^3$ ; $(5\frac{1}{3})^2$ ; $(\frac{1}{3})^3$ ; $\frac{(2^2)^3}{2^5}$ .

3) $5 \cdot \frac{9}{25}$ ; $\frac{1}{13} \cdot 169$ ; $\frac{25}{64} \cdot 1\frac{3}{5}$ ; 1, 7 – 2,89; $2{,}25 - 1\frac{1}{2}$ .

4) Вычислить: а) $(a - 1)^2$ при a = -3; б) $(3\frac{1}{2} - 5)^2$ ; в) $a^2 - 4ax + 4x^2$ при a = 1; $x = 1\frac{1}{2}$ .

<u>Приложение №2</u>

Подборка задач:

*Арифметическая прогрессия:*

1.Найти $a_6+a_7+a_8$, где $a_6$, $a_7$, $a_8$ – члены арифметической прогрессии, если а) $a_6+a_8 = -20$; б) $a_7 = 30$.

2.Дана арифметическая прогрессия: 5, 8, 11,…

I-в – найти $a_3+a_7$ ; II-в – найти $a_4+a_6$ ; у доски – найти $a_2+a_8$.

Доказать: $a_n + a_m = a_k + a_p$, если n + m = k + p.

3.Некоторый член арифметической прогрессии с разностью d равен b. Записать предшествующий ему член прогрессии и следующий за ним член прогрессии; к записанным членам также написать соответственно предыдущий и последующий члены.

4.Доказать, что последовательность, общий член которой задается формулой n–го члена $x_n = 2n + 3$ - арифметическая прогрессия.

5.Найти $a_6$, если $a_1 + a_5 = 14$, $a_2 a_3 = 28$.

6.Сколько одинаковых членов находится в двух арифметических прогрессиях 5, 8, 11,... и 3, 7, 11,… , если в каждой n = 100.

*Геометрическая прогрессия:*

7.Сумма первых 4-х членов геометрической прогрессии равна 15, а сумма членов от 2-го до 5-го (включительно) равна 30. Найти геометрическую прогрессию.

8.Составить геометрическую прогрессию такую, чтобы сумма ее членов была равна 20.

9.В круг радиуса R вписан квадрат, в квадрат вписан круг, в этот круг опять вписан квадрат и так n раз. Найти выражение для общего числа последовательности сумм площадей кругов.

Ответ:

10.Доказать, что при любом натуральном n число $k = 1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^n$ делится на 3.

11.Решить уравнение $1 + x + x^2 + \ldots + x^n = 0$.

12.При каких значениях n члены последовательности, заданной формулой $x_n = (n + 4)(n - 5)$, удовлетворяют условию $-18 \leq x_n \geq 360$?

13.Известно, что $y = f(x)$ - линейная функция и $x_1, x_2, x_3, \ldots$ - арифметическая прогрессия. Докажите, что последовательность $f(x_1), f(x_2), f(x_3), \ldots$ также является арифметической прогрессией.

*Арифметическая и геометрическая прогрессии:*

14.Докажите, что если стороны треугольника образуют геометрическую прогрессию, то его высоты также образуют геометрическую прогрессию.

15.Три целых числа составляют арифметическую прогрессию, первый член которой 1. Если ко второму члену прибавить 3, а третий возвести в квадрат, то получится геометрическая прогрессия. Найти эти числа.

Приложение №3

Математический диктант: (второй вариант записан в квадратных скобках)

1) Первый член последовательности равен 10. Запишите рекуррентную формулу для числовой Последовательности, если каждый ее член, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с числом 3 [умноженному на число 3].

2) Как называется такая последовательность?

3) Запишите для нее формулу n–го члена.

4) Найдите 5-й член этой последовательности.

5) Является ли число 270 членом этой последовательности? (Указать номер)

6) Найдите сумму первых 5-ти членов этой последовательности.

7) Дана последовательность: 6; -3; … Напишите формулу n–го члена и формулу для нахождения суммы n первых членов, если эта последовательность является геометрической прогрессией [арифметической прогрессией] .

8) Как называется последовательность, у которой квадрат каждого члена, начиная со второго, равен произведению двух соседних с ним членов [полусумме двух соседних с ним членов] .

9) Дана прогрессия: $c_1$; -9; $c_3$; -1; … Найти $c_1$ и $c_3$, если эта прогрессия арифметическая [геометрическая, у которой $c_1 < 0$ ].

10) Является ли геометрическая прогрессия -3; 2; … [ 3; -2; …] бесконечно убывающей?

11) Найдите ее сумму.

Приложение №4

Самостоятельные работы:

№ 1 (20 мин)

1) Дана арифметическая прогрессия, в которой $a_4 = 10$, $a_7 = 19$. Найти $a_1$ и d.

2) Найти 5 чисел, которые следует поместить между числами 1 и 25 так, чтобы получилась арифметическая прогрессия.

3) В арифметической прогрессии сумма 2-го и 8-го членов равна 10, а сумма 3-го и 14-го равна 31. Найти первый член и разность прогрессии.

№ 2 (20 мин)

1) Составить формулу общего члена и формулу суммы первых членов арифметической прогрессии

$\frac{2}{3}$; 0; …

2)Вычислить $S_{12}$, если $a_n = -3 + 4n$.

3)Число 102 является членом арифметической прогрессии 10, 14, 18,… Найти номер этого члена. Найти сумму последовательных членов этой прогрессии: 10 + 14 + 18 + … + 102.

4)Дана арифметическая прогрессия 3; 7; … Найти номера членов прогрессии, для которых $a_n > 1000$.

5)Найти $a_1$ и d, если $a_3 = -11$ , $a_{16} = -56$.

6)Доказать, что последовательность $b_n = -0{,}7n$ арифметическая прогрессия.

№ 3 (40 мин)

1)В арифметической прогрессии найти $a_1$ и d, если $a_7 – a_1 =30$ и $a_2+ a_{10} =54$.

2)Каков номер члена арифметической прогрессии $(y_n)$ равного 32, 6, если $y_1 = 10{,}1$; $d = 1{,}5$.

3)Найти разность прогрессии $(x_n)$ , если $x_1 = -7$; $x_{76} = 135$.

4)Последовательность $(z_n)$ - арифметическая прогрессия. Доказать: $z_1 + z_{16} = z_{10} + z_7$.

5)Найти $S_{30}$, если $c_1 = 11$; $c_{16} = 27$.

6)Найти сумму членов арифметической прогрессии $(c_n)$ с 12-го по 20-й включительно, если $c_1 = 7$ и $c_{15} = 42$.

7)Найти область определения функции $y = \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 25}$ (Задание на повторение)

№ 4 (25 мин)

1)Геометрическая прогрессия задана двумя первыми членами -2; 8; … Найти следующие члены последовательности.

2)$(b_n)$ - геометрическая прогрессия, $b_1 = \frac{243}{256}$ , $q = \frac{2}{3}$ , $n = 8$. Найти $b_8$.

3)Найти 6 чисел, которые следует поместить между числами $\frac{15}{8}$ и 240 так, чтобы получилась геометрическая прогрессия.

4)В геометрической прогрессии $b_7 = 0{,}005$, $q = \frac{1}{2}$ . Найти $b_1$.

5)Найти $y_1$, если $(y_n)$ - геометрическая прогрессия и $\frac{y_3}{y_6} = 4$, $y_5 + y_7 = 240$.

6)Решить неравенство: $-12 + 7x – x^2 > 0$ (Повторение).

№ 5 (40 мин)

1)Найти первый член геометрической прогрессии $(b_n)$, если $b_8 = -13\frac{1}{3}$ , $q = -2$.

2)В геометрической прогрессии $b_1 = 128$, $q = \frac{1}{2}$. Найти $S_7$.

3)($y_n$) - геометрическая прогрессия, причем $\frac{y_7}{y_9} = \frac{1}{9}$, $y_4 + y_2 = 180$. Найти $y_1$.

4)($b_n$) - геометрическая прогрессия $b_2 + b_3 = 3(b_3 – b_1)$, $(b_4 – b_2)$ в 10 раз больше, чем q. Найти геометрическую прогрессию и $S_8$.

5)Построить график функции $y = ( x + 3)^2 – 3$ (Задание на повторение).

№ 6 (15 мин)

1)Найти сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии 10; -8; …

2)Обратить в обыкновенную дробь:

а) 0,(25)

б) 2,3(25).

№ 7 (40мин)

1)Найти первый член и разность прогрессии, если $a_2 + a_5 – a_3 = 10$, $a_1 + a_6 = 17$.

2)Найти 1-й член и знаменатель прогрессии, если $b_5 – b_1 = 15$, $b_4 – b_2 = 6$.

3) Определить 1-й член, знаменатель и число членов геометрической прогрессии, если $b_7 – b_5 = 48$, $b_6 + b_5 = 48$.

4)Три положительных числа, составляющие арифметическую прогрессию, дают в сумме 15. Если к первому и второму числу прибавить по единице, а к третьему прибавить 4, то получившиеся числа составят геометрическую прогрессию. Найти эти числа.

5)Упростить:

$\frac{a^2b}{a^2-b^2}$ - $\left(\frac{a}{a+b} - \frac{a^2(a-b)}{a^3+b^3}\right) \cdot \frac{a^2-ab+b^2}{a-b}$ (Задание на повторение).

Приложение №5

Дидактические игры:

1) Вывод суммы n членов геометрической прогрессии.

Легенда рассказывает, что изобретатель шахмат попросил в награду за свое изобретение столько зерен пшеницы, сколько их получится, если на первую клетку шахматной доски положить одно зерно, на вторую – в 2 раза больше, т.е. 2 зерна, на третью – еще в 2 раза больше, т.е. 4 зерна, и т.д. до 64-й клетки. Сколько зерен попросил изобретатель?

Ясно, что число зерен – это числа 2, $2^2$, $2^3$,… $2^{64}$ – члены геометрической прогрессии, в которой

$b_1 = 2$, $q = 2$. Изобретатель попросил число зерен, равное $2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{64} = S_{64}$ (*).

Как найти $S_{64}$? Умножим равенство (*) на 2. Имеем $2\,S_{64} = 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{64} + 2^{65}$.

Вычитая из второго равенства первое получим: $S_{64} = 2^{65} – 2$.

Неожиданный результат, противоречащий интуиции: масса такого числа зерен очень велика и превосходит во много раз количество пшеницы, собранной человечеством до настоящего времени. Теперь естественно перейти к выводу формулы суммы n членов геометрической прогрессии.

Для вывода формулы применим прием, который помог найти число зерен изобретателю: умножим обе части равенства $S_n = b_1 + b_2 + \ldots + b_n$ на q.

Под руководством учителя учащиеся выводят формулу $S_n = \frac{b_n q - b_1}{q-1}$.

2) Перед выводом формулы суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии (где $|q| < 1$)

можно предложить игровую ситуацию.

Ученику предлагается идти от своей парты к доске по прямой по следующему закону. Первый шаг – длиной 1 м, второй - $\frac{1}{2}$ м, третий - $\frac{1}{4}$ м и т.д. – так, что длина каждого следующего шага в 2 раза меньше, длины предыдущего. Вопрос классу: дойдет ли ученик к доске, если расстояние от парты до доски 3 м? Какой путь пройдет ученик, если представить его движение бесконечным? Оговаривается, что каким бы маленьким ни был отрезок, всегда можно найти и записать числовое значение его половины.

Ученик записывает сумму расстояний: $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2^3} + \ldots$. Создается проблема: как найти сумму членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии?

Обозначим через $S_n$ сумму длин n первых отрезков, тогда $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{2^n}$. Воспользуемся формулой суммы n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{1-(\frac{1}{2})^{n+1}}{1-\frac{1}{2}} = 2\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right) = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

при $n \to \infty$ $\left(\frac{1}{2}\right)^n \to 0$, тогда $S_n \to 2$.

Т.е. сумма длин бесконечного числа отрезков в рассматриваемой задаче равна 2.

<u>Приложение №6</u>

Итоговый контроль:

Зачетная карточка:

1)Найти первый и пятый члены геометрической прогрессии, знаменатель которой равен 3, а сумма шести первых членов равна 1820.

2)Между числами 60 и $\frac{15}{16}$ вставить такие 5 чисел, которые вместе с данными числами составили бы геометрическую прогрессию.

3)Найти сумму семи первых членов геометрической прогрессии, если ее знаменатель равен $\frac{2}{3}$, а седьмой член $\frac{64}{81}$.

4)Найти номер члена геометрической прогрессии 0,1; 0,3; …, равного 218,7.

А так же ряд вопросов теории.

Приложение №7

Факультативный курс: Метод математической индукции.

Приложение №8

Недельное задание: Иррациональные уравнения.

В течение недели вводится повторение по данной теме в домашнюю работу с обязательным разбором и проговариванием учеником решения, уделяя особое внимание области допустимых значений, посторонним корням, проверке. Неплохо, если недельное задание задается по сборнику, который есть на руках у каждого учащегося.

1) $\sqrt{1 + x\sqrt{x^2 + 24}} = x + 1$

2) $\sqrt{\frac{x-5}{x+2}} + \sqrt{\frac{x-4}{x+3}} = \frac{7}{x+2}\sqrt{\frac{x+2}{x+3}}$

3) $x^3 + x + \sqrt[3]{x^3 + x - 2} = 12$

4) $8{,}4\sqrt{x} - 0{,}2\sqrt{x\sqrt{x^2}} = \sqrt{x}$

5) $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{2x-3} = \sqrt[3]{12(x-1)}$

6) $\frac{x\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[3]{x^2} - 1} - \frac{\sqrt[3]{x^2} - 1}{\sqrt[3]{x} + 1} = 4$

7) $\frac{(а-х)\sqrt{а-х}+(х-в)\sqrt{х-в}}{\sqrt{а-х}+\sqrt{х-в}} = а - в$

8) $х = а - \sqrt{а^2 - х\sqrt{х^2 + а^2}}$

9) $\sqrt{х + 3 - 4\sqrt{х-1}} + \sqrt{х + 8 - 6\sqrt{х-1}} = 1$

10) $\sqrt{3х^2 + 5х - 8} - \sqrt{3х^2 + 5х + 1} = 1.$

Комментарии:

1) Обе части уравнения возводятся в квадрат и выполняется проверка.

2) Обе части уравнения нужно умножить на $\sqrt{(х+2)(х+3)}$ , дальше аналогично №1.

3) Замена переменной: $\sqrt[3]{х^3 + х - 2} = t.$

4) Преобразование подкоренных выражений и замена переменной: $\sqrt{х} = у$, $у > 0$, тогда вторая замена переменной: $\sqrt{у} = t$ , $t > 0$.

5) Применение формулы куба суммы, возведение в куб.

6) Замена переменной: $\sqrt[3]{х} = t,$ тогда $\sqrt[3]{х^2} = t^2$ и $х = t^3$, получаются посторонние корни.

7) Введение вспомогательного неизвестного не приводит к цели, нужно преобразовывать уравнение.

8) Иррациональное уравнение с параметром. Применение равенства $\sqrt{х^2} = |х|$.

9) Преобразование подкоренных выражений для получения полных квадратов.

10) Логическое решение: левая часть при любом х отрицательна и, следовательно, не может равняться единице.