

Евклид – древнегреческий математик, родившийся в Афинах около 300-го года до нашей эры. Биографические сведения о нём крайне скудны, но он увековечил своё имя в своём основном сочинении всей жизни. Основное сочинение Евклида называется Начала (дословно – «Элементы»). Книги с таким же названием, в которых последовательно излагались все основные факты геометрии и теоретической арифметики, составлялись ранее [Гиппократом Хиосским](#), [Леонто](#) и [Февдием](#). Однако Начала Евклида вытеснили все эти сочинения из обихода и в течение более чем двух тысячелетий оставались базовым учебником геометрии. Создавая свой учебник, Евклид включил в него многое из того, что было создано его предшественниками, обработав этот материал и сведя его воедино. Начала состоят из тринадцати книг. Первая и некоторые другие книги предваряются списком определений. Первой книге предпослан также список постулатов и аксиом. Как правило, [постулаты](#) задают базовые построения (напр., «требуется, чтобы через любые две точки можно было провести прямую»), а [аксиомы](#) — общие правила вывода при оперировании с величинами (напр., «если две величины равны третьей, они равны между собой»).

В I книге изучаются свойства треугольников и параллелограммов; эту книгу венчает знаменитая [теорема Пифагора](#) для прямоугольных треугольников. Книга II, восходящая к пифагорейцам, посвящена так называемой «геометрической алгебре». В III и IV книгах излагается геометрия окружностей, а также вписанных и описанных многоугольников; при работе над этими книгами Евклид мог воспользоваться сочинениями [Гиппократа Хиосского](#). В V книге вводится общая теория пропорций, построенная [Евдоксом Книдским](#), а в VI книге она прилагается к теории подобных фигур. VII—IX книги посвящены теории чисел и восходят к пифагорейцам; автором VIII книги, возможно, был [Архит Тарентский](#). В этих книгах рассматриваются теоремы о пропорциях и геометрических прогрессиях, вводится метод для нахождения наибольшего общего делителя двух чисел (известный ныне как [алгоритм Евклида](#)), строятся чётные [совершенные числа](#), доказываемая бесконечность множества [простых чисел](#). В X книге, представляющей собой самую объёмную и сложную часть Начал, строится классификация иррациональностей; возможно, что её автором является [Теэтет Афинский](#). XI книга содержит основы стереометрии. В XII книге с помощью метода исчерпывания доказываются теоремы об отношениях площадей кругов, а также объёмов пирамид и конусов; автором этой книги по общему признанию является [Евдокс Книдский](#). Наконец, XIII книга посвящена построению пяти правильных многогранников; считается, что часть построений была разработана [Теэтетом Афинским](#). В дошедших до нас рукописях к этим тринадцати книгам прибавлены ещё две. XIV книга принадлежит александрийцу [Гипсиклу](#) (ок. 200 г. до н. э.), а XV книга создана во время жизни [Исидора Милетского](#), строителя храма св. Софии в Константинополе (начало VI в. н. э.).

Начала предоставляют общую основу для последующих геометрических трактатов [Архимеда](#), [Аполлония](#) и других античных авторов; доказанные в них предложения считаются общеизвестными. Комментарии к Началам в античности составляли [Герон](#), [Порфирий](#), [Папп](#), [Прокл](#), [Симпликий](#). Сохранился комментарий [Прокла](#) к I книге, а также комментарий [Паппа](#) к X книге (в арабском переводе). От античных авторов комментаторская традиция переходит к арабам, а потом и в Средневековую Европу. В создании и развитии науки Нового времени Начала также сыграли важную идейную роль. Они оставались образцом математического трактата, строго и систематически излагающего основные положения той или иной математической науки.

Книге I предпосланы определения понятий, используемых в дальнейшем. Они носят интуитивный характер, поскольку определены в терминах физической реальности: "Точка есть то, что не имеет частей". "Линия же - длина без ширины". "Прямая линия есть та, которая равно расположена по отношению точкам на ней". "Поверхность есть то, что имеет только длину и ширину" и т.д.

За этими определениями следуют пять постулатов: "Допустим:

- 1) что от всякой точки до всякой точки можно провести прямую линию;
- 2) и что ограниченную прямую можно непрерывно продолжить по прямой;
- 3) и что из всякого центра и всяким раствором может быть описан круг;
- 4) и что все прямые углы равны между собой;
- 5) и если прямая, падающая на две прямые, образует внутренние и по одну сторону углы, меньше двух прямых, то продолженные неограниченно эти две прямые встретятся с той стороны, где углы меньше двух прямых."

Три первых постулата обеспечивают существование прямой и окружности.

Пятый, так называемый постулат о параллельных - самый знаменитый. Он всегда интриговал математиков, которые пытались вывести его из четырех предыдущих или вообще отбросить, до тех пор, когда в XIX в.

обнаружилось, что можно построить другие, неевклидовы геометрии и что пятый постулат имеет право на существование. Затем Эвклид сформулировал аксиомы, которые в противоположность постулатам, справедливым только для геометрии, применимы вообще ко всем наукам. Далее Эвклид доказывает в книге I элементарные свойства треугольников, среди которых - условия равенства. Затем описываются некоторые геометрические построения, такие, как построение биссектрисы угла, середины отрезка и перпендикуляра к прямой. В книгу I включены также теория параллельных и вычисление площадей некоторых плоских фигур (треугольников, параллелограммов и квадратов). В книге II заложены основы так называемой геометрической алгебры, восходящей к школе [Пифагора](#). Все величины в ней представлены геометрически, и операции над числами выполняются геометрически. Числа заменены отрезками прямой. Книга III целиком посвящена геометрии окружности, а в книге IV изучаются правильные многоугольники, вписанные в окружность, а также описанные вокруг нее.

Теория пропорций, разработанная в книге V, одинаково хорошо прилагалась и к соизмеримым величинам и к несоизмеримым величинам. Эвклид включал в понятие "величины" длины, площади, объемы, веса, углы, временные интервалы и т. д. Отказавшись использовать геометрическую очевидность, но избегая также обращения к арифметике, он не приписывал величинам численных значений. Первые определения книги V "Начал" Эвклида: 1. Часть есть величина (от) величины, меньшая (от) большей, если она измеряет большую. 2. Кратное же - большая (от) меньшей, если она измеряется меньшей. 3. Отношение есть некоторая зависимость двух однородных величин по количеству. 4. Говорят, что величины имеют отношение между собой, если они, взятые кратно, могут превзойти друг друга. 5. Говорят, что величины находятся в том же отношении: первая ко второй и третья к четвертой, если равно кратные первой и третьей одновременно больше, или одновременно равны, или одновременно меньше равно кратных второй и четвертой каждая каждой при какой бы то ни было кратности, если взять их в соответственном порядке. 6. Величины же, имеющие то же отношение, пусть называются пропорциональными. Из восемнадцати определений, помещенных в начале всей книги, и общих понятий, сформулированных в книге I, с восхитительным изяществом и почти без логических недочетов Эвклид вывел (не прибегая к постулатам, содержание которых было геометрическим) двадцать теорем, в которых устанавливались свойства величин и их отношений.

В книге VI теория пропорций книги V применяется к прямолинейным фигурам, к геометрии на плоскости и, в частности, к подобным фигурам, причем "подобные прямолинейные фигуры суть те, которые имеют углы, равные по порядку, и стороны при равных углах пропорциональные". Книги VII, VIII и IX составляют трактат по теории чисел; теория пропорций в них прилагается к числам. В книге VII определяется равенство отношений целых чисел, или, с современной точки зрения, строится теория рациональных чисел. Из многих свойств чисел, исследованных Эвклидом (четность, делимость и т.д.), приведем, например, предложение 20 книги IX, устанавливающее существование бесконечного множества "первых", т.е. простых чисел: "Первых чисел существует больше всякого предложенного количества первых чисел". Его доказательство от противного до сих пор можно найти в учебниках по алгебре.

Книга X читается с трудом; она содержит классификацию квадратичных иррациональных величин, которые там представлены геометрически прямыми и прямоугольниками. Вот как сформулировано предложение 1 в книге X "Начал" Эвклида: "Если заданы две неравные величины и из большей вычитается часть, большая половины, а из остатка - снова часть, большая половины, и это повторяется постоянно, то когда-нибудь остается величина, которая меньше, чем меньшая из данных величин". На современном языке: Если a и b - положительные вещественные числа и $a > b$, то всегда существует такое натуральное число m , что $mb > a$. Эвклид доказал справедливость геометрических преобразований.

Книга XI посвящена стереометрии. В книге XII, которая также восходит, вероятно, к [Евдоксу](#), с помощью Метода исчерпывания площади криволинейных фигур сравниваются с площадями многоугольников. Предметом книги XIII является построение правильных многогранников. Построение Платоновых тел, которым, по-видимому завершаются "Начала", дало основание причислить Эвклида к последователям философии [Платона](#). Из других сочинений Эвклида сохранились:

- Данные (δεδομένα) — о том, что необходимо, чтобы задать фигуру;
- О делении (περὶ διαρέσεων) — сохранилось частично и только в арабском переводе; дает деление геометрических фигур на части, равные или состоящие между собой в заданном отношении;
- Явления (φαινόμενα) — приложения сферической геометрии к астрономии;
- Оптика (ὀπτικά) — о прямолинейном распространении света.

По кратким описаниям известны:

- Поризмы (πορίσματα) — об условиях, определяющих кривые;
- Конические сечения (κωνικά);
- Поверхностные места (τόποι πρὸς ἐπιφανείᾳ) — о свойствах конических сечений;
- Псевдария (ψευδάρια) — об ошибках в геометрических доказательствах;

Эвклиду приписываются также:

- Катоптрика (κατοπτρικά) — теория зеркал; сохранилась обработка [Теона Александрийского](#);
- Деление [канона](#) (κατατομὴ κανόνος) — трактат по элементарной теории музыки.