Алгебра (от араб. ﺍﻟ ﺠ ﺒﺮ, «аль-джабр» — *восполнение*[1]) — раздел математики, который можно грубо охарактеризовать как обобщение и расширение арифметики. Слово «алгебра» также употребляется в названиях различных алгебраических систем. В более широком смысле под алгеброй понимают раздел математики, посвящённый изучению операций над элементами множества произвольной природы, обобщающий обычные операции сложения и умножения чисел.

Алгебра — это наука, изучающая алгебраические системы с точностью до изоморфизма.

Алгебраическая система — упорядоченная пара множеств $A(R,E)$. Первое множество (R) — элементы какой либо природы (числа, понятия, буквы). Второе множество (E) — операции над первым множеством (сложение, умножение, возведение в степень). Примеры: группа, кольцо, поле.

Вплоть до второй половины XX века практическое применение алгебры ограничивалось, в основном, решением алгебраических уравнений и систем уравнений с несколькими переменными. Во второй половине XX века началось бурное развитие ряда новых отраслей техники. Появились электронно-вычислительные машины, устройства для хранения, переработки и передачи информации, системы наблюдения типа радара. Проектирование новых видов техники и их использование немыслимо без применения современной алгебры. Так, электронно-вычислительные машины устроены по принципу конечных автоматов. Для проектирования электронно-вычислительных машин и электронных схем используются методы булевой алгебры. Современные языки программирования для ЭВМ основаны на принципах теории алгоритмов. Теория множеств используется в системах компьютерного поиска и хранения информации. Кодирование и декодирование информации производится методами теории групп. Теория рекуррентных последовательностей используется в работе радаров. Экономические расчеты невозможны без использования теории графов. Математическое моделирование широко использует все разделы алгебры.

История развития алгебры

Вавилон. Истоки алгебры восходят к глубокой древности. Уже около 4000 лет назад авилонские ученые владели решением квадратного уравнения и решали системы двух уравнений, из которых одно - второй степени. С помощью таких уравнений решались разнообразные задачи землемерия, строительного исскуства и военного дела.

Буквенные обозначения, применяемые нами в алгебре, не употреблялись вавилонянами; уравнения записывались в словесной форме.

Греция. Первые сокращенные обозначения для неизвестных величин встречаются у древнегреческого математика Диофанта (2-3 в.н.э.). Неизвестное Диофант именует "аритмос" (число), вторую степень неизвестного "дюнамис" (это слово имеет много значений: сила, могущество, имуществоб степень и др.). Третью степень Диофант называет "кюбос" (куб), четвертую - "дюнамодюнамис", пятую - "дюнамокубос", шестую - "кюбокюбос". Эти величины он обозначает первыми буквами соосветствующих наименований (*ар, дю, кю, ддю, дкю, ккю*). Известные числа для отличия от неизвестных сопровождаются обозначением "*мо*" (монас - единица). Сложение не обозначается совсем, для вычитания имеется сокращенное обозначение, равенство обозначается "ис" (исос - равный).

Ни вавилоняне, ни греки не рассматривали отрицательных чисел. Уравнение 3 ар 6 мо ис 2 ар 1 мо (3x+6=2x+1) Диофант называет "неуместным". Перенося члены из одной части уравнения в другую, Диофант говорит, что слагаемое становится вычитаемым, а вычитаемое - слагаемым.

Китай. За 2000 лет до нашего времени китайские ученые решали уравнения первой степени и их системы, а также квадратные уравнения. Им были знакомы отрицательные и иррациональные числа. Так как в китайском письме каждый знак изображает некоторое понятие, то в китайской алгебре не могло быть "сокращенных" обозначений.

В последующие эпохи китайская математика обогатилась новыми достижениями. Так в конце 13 века китайцы знали закон образования биноминальных коэффициентов, известный ныне под именем "треугольник Паскаля". В Западной Европе этот закон был открыт (Штифелем) на 250 лет позднее.

Индия. Индийские ученые широко применяли сокращенные обозначения неизвестных величин и их степеней. Эти обозначения являются начальными буквами соответствующих намиенований (неизвестное называлось "столько-то"; для отличия второго, третьего и т.д. неизвестного употреблялись наименования цветов: "черное", "голубое", "желтое" и т.д.). Индийские авторы широко употребляли иррациональные и отрицательные числа. Вместе с отрицательными числами в числовую семью вошел нуль, который прежде обозначал лишь отсутствие числа.

Страны арабского языка. Узбекистан. Таджикистан.У индийских авторов алгебраические вопросы излагались в астрономических сочинениях; самостоятельной дисциплиной алгебра стаовится у ученых, писавших на международном языке мусульманского мира - арабском. Основоположником алгебры, как особой науки нужно считать среднеазиатского ученого Мухаммеда из Хорезма, известного под арабским прозвищем аль-Хваризми (Хорезмианец). Его алгебраический труд, составленный в 9 в. н. э., носит название "Книга восстановления и противопоставления". "Восстановлением" Мухаммед называет перенос вычитаемого из одной части уравнения в другую, где оно становится слагаемым; "противопоставлением" - собирание неизвестных в одну сторону уравнения, а известных - в другую сторону. По арабски "восстановление" называется "ал-джебр". Отсюда и название "алгебра".

У Муххамеда Хорезмского и у последующих авторов алгебра широко применяется к купеческим и иным денежным рассчетам. Ни он, ни другие математики, писавшие по арабски, не употребляли никаких сокращенных обозначений. (В них не было нужды, ибо арабское письмо очень кратко: гласные не обозначаются, согласные и полугласные буквы просты по начертанию и сливаются по нескольку в один знак. Для написания многих слов требуется не больше времени, чем для написания некоторых наших букв (например ***ж, щ***). Зато арабская грамота намного трудней нашей.) Они не признавали и отрицательных чисел: учение об отрицательных числах, знакомое им из индийских источников, они считали плохо обоснованными. Это было справедливо, но зато индийские ученые могли ограничиться одним случаем полного квадратного уравнения, тогда как Мухаммед Хорезмский и его преемники должны были различать три случая ($x^2+px=q$, $x^2+q=px$, $x^2=px+q$; p и q - положительные числа).

Среднеазиатские, персидские и арабские математики обогатили алгебру рядом новых достижений. Для уравнений высших степеней они умели находить приближенные значения корней с очень большой точностью. Так, знаменитый среднеазиатский философ, астроном и математик аль-Бируни (973 - 1048), родом из Хорезма, свел задачу о вычислении сторон правильного 9-угольника, вписанного в данную окружность, к кубическому уравнению $x^3=1+3x$ и нашел (в 60-ричных дробях) приближенное значение x=1,52'45"47'"13"" (Т.е. одна целая, 52 шестидесятых, 45 три тысячи шестисотых и т.д. с точностью до $1/60^4$; в десятичных дробях это дает семь верных десятеричных знаков). Классик иранской и таджикской поэзии Омар аль-Хайам (1036- 1123) из Нишапура подверг систематическому изучению уравнение третьей степени. Ни ему, ни другим математикам мусульманского мира не удалось найти выражения корней кубического уравнения через коэффициенты. Но аль-Хайам разработал способ, по которому можно (геометрически) найти число действительных корней кубического уравнения (его самого интересовали только положительные корни).

Средневековая Европа. В 12 веке "Алгебра" аль-Хваризми стала известна в Европе и была переведена на латинский язык. С этого самого времени начинается развитие алгебры в европейских странах (сперва под сильным влиянием науки восточных народов). Появляются сокращенные обозначения неизвестных, решается ряд новых задач, связанных с потребностями торговли. Но существенного сдвига небыло до 16 века. В первой трети 16 века итальянцы дель-Ферро и Тарталья нашли правила для решения кубических уравнений вида $x^3=px+q$; $x^3+px=q$; $x^3+q=px$, а Кардано в 1545 г. показал, что всякое кубическое уравнение сводится к одному из этих трех; в это же время Феррари, ученик Кардано, нашел решение уравнения четвертой степени.

Сложность правил для решения этих уравнений сделала необходимым усовершенствование обозначений. Это совершалость постепенно в течение целого столетия. В конце 16 века французский математик Виета ввел буквенные обозначения, и притом не только для неизвестных, но и для известных величин (неизвестные обозначались заглавными гласными буквами, известные - заглавными согласными). Были введены сокращенные обозначения действий; у разных авторов они имели разный вид. В середине 17 века алгебраическая символика благодаря французскому ученому Декарту (1596-1650) приобретает вид очень близкий к нынешней.

http://www.fipm.ru/alg5.shtml

Авторы - Дивисенко и Завгородняя 10-б

2011год